

Unsicherheit von Messergebnissen bei der Schwingungsprüfung von Fahrersitzen

Laboratory vibration test of operator seats – Uncertainty of measurement

Dr. **J. Rissler**, Institut für Arbeitsschutz der Deutschen Gesetzlichen Unfallversicherung, Sankt Augustin;

Dipl.-Ing. **L. Meyer**, ISRINGHAUSEN GmbH & Co. KG, Lemgo;

Abstract

The sources of uncertainty that affect the measurement of the seat effective amplitude transmissibility (*SEAT*) in standardized laboratory test codes are discussed. The effect of the different sources is estimated in two ways. Firstly, on the basis of a linearized mathematical model as outlined in the 'Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement' (GUM). Secondly, the effects are estimated by a numerical Monte-Carlo simulation as described in supplement 1 of the GUM. In addition, measurement results of the *SEAT* in two laboratories are given.

1. Einleitung

Die Bestimmung der Unsicherheit einer (Mess-)Größe ist eine grundlegende Anforderung an jede Messstelle. Wichtiger als die reine Angabe eines Unsicherheitsbereichs ist es, ein Unsicherheitsbudget aufzustellen, das die verfügbaren Informationen über die Einflussgrößen enthält, die zu diesem Unsicherheitsbereich führen. Dadurch wird die Angabe des Unsicherheitsbereichs transparent, und die Qualität vermeintlich großer oder kleiner Unsicherheitsbereiche wird augenfällig. Damit ist die Angabe des Unsicherheitsbereiches samt Unsicherheitsbudget zunächst einmal ein Qualitätsmerkmal einer Messstelle. Darüber hinaus kann diese Angabe auch genutzt werden, um einen Vergleich mit Anforderungswerten anzustellen.

Im Bereich der Schwingungsprüfung von Fahrersitzen nur wenige Angaben [1] zur Unsicherheit der üblichen Messgrößen verfügbar. Ein Grund dafür ist, dass die Prüfnormen über das Dämpfungsverhalten von Sitzen [2-6] keine Angaben zur Messunsicherheit vorsehen. Stattdessen machen diese Normen genaue Angaben zur Gültigkeit einer Prüfung.

Eine gültige Prüfung findet demnach unter Bedingungen statt, die die Unsicherheit möglichst verringern.

In dieser Arbeit soll zum einen ganz allgemein die Größenordnung des Unsicherheitsbereichs ermittelt werden, der für eine Messung bei der Schwingungsprüfung von Fahrersitzen zu erwarten ist. Dafür wird im Abschnitt 2 zunächst ein allgemeines Unsicherheitsbudget für diese Messung aufgestellt und darauf das Verfahren der Unsicherheitsbetrachtung angewendet, wie es im ‚Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement‘ (GUM) [7, 8] angegeben ist. Dies schließt eine kurze Beschreibung der Monte-Carlo Methode ein, die im GUM vorgesehen sind [8], und die es erlaubt, die Unsicherheit für nahezu beliebige Situationen numerisch zu bestimmen.

Nachdem so ein allgemeiner Überblick über die zu erwartenden Unsicherheitsbereiche gewonnen ist, werden im Abschnitt 3 Messungen vorgestellt, die geeignet sind, Teilaspekte des Unsicherheitsbudgets aus Abschnitt 2 zu bestimmen. Im Abschnitt 4 werden die gewonnenen Ergebnisse zusammengefasst.

2. GUM anhand eines Beispiels aus der Sitzprüfung

Zunächst sollen die Methoden des GUM, inklusive seines Anhangs 1 vorgestellt werden. Danach werden diese Methoden auf das Unsicherheitsbudget einer Beispielmessung aus dem Bereich der Sitzprüfung angewandt.

2.1 Methoden des GUM

Eine Ausgangsgröße $y = f(x_i)$ hängt von mehreren Eingangsgrößen x_i ab. Entwickelt man y um den Wert Y , den sie an den Messwerten X_i einnimmt, erhält man

$$Y = f(x_i) + \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)_{x_i} (X_i - x_i) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial X_i \partial X_j} \right) (X_i - x_i)(X_j - x_j) + R \quad (1)$$

mit dem Restglied R . Vernachlässigen aller quadratischen und höheren Terme führt nach Quadrieren zu

$$(Y - f(x_i))^2 = \sum_i c_i^2 (X_i - x_i)^2 + \sum_{i \neq j} c_i^2 c_j^2 (X_i - x_i)^2 (X_j - x_j)^2 \quad (2)$$

Dabei sind die partiellen Ableitungen von f nach den Eingangsgrößen x_i an den besten Schätzwerten (Messwerten) X_i die Sensitivitätskoeffizienten:

$$c_i^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial X_i} \right)_{x_i} \quad (3)$$

Im Erwartungswert für Gleichung (2)

$$E[(Y - f(x_i))^2] = \sum_i c_i^2 E[(X_i - x_i)^2] + \sum_{i \neq j} c_i^2 c_j^2 E[(X_i - x_i)^2 (X_j - x_j)^2] \quad (4)$$

sind

- $E[(Y - f(x_i))^2]$ die kombinierte Varianz $V_c = \sigma_{c,GUM}^2$ ausgedrückt als Quadrat der kombinierten Standardabweichung $\sigma_{c,GUM}$.
- $E[(X_i - x_i)^2]$ die Varianzen $V_i = \sigma_i^2$ der Einflussgrößen x_i ausgedrückt als Quadrat der Standardabweichungen σ_i .
- $E[(X_i - x_i)^2 (X_j - x_j)^2]$ die Kovarianzen, die für unkorrelierte Größen gleich Null sind.

Damit ergibt sich für die kombinierte Standardabweichung bei unkorrelierten Einflussgrößen in linearer Näherung folgende Darstellung:

$$\sigma_{c,GUM} = \sqrt{\sum_i c_i^2 \sigma_i^2} \quad (5)$$

Die c_i ergeben sich aus dem mathematischen Modell $y = f(x_i)$, das nicht immer vollständig bekannt ist. Die Standardabweichungen σ_i ergeben sich aus der Wiederholungsgenauigkeit, die aus Wiederholungsmessungen gewonnen werden kann, oder anderen Informationsquellen, wie zum Beispiel Expertenwissen. Beim Expertenwissen sind zwei Fälle von besonderer Bedeutung, die nach dem Prinzip der maximalen Entropie abgeschätzt werden können [9]:

- Ist bekannt, dass eine Einflussgröße nur in einem Bereich vorkommt, so kann in diesem Bereich eine Gleichverteilung angenommen werden. Bei einer symmetrischen Verteilung um den Schätzwert $X_i \pm a$ ergibt sich die Standardabweichung zu $\sigma_i = a \cdot 3^{-0,5}$.
- Sind Schätzwert und eine Standardabweichung bekannt (etwa aus Kalibrierscheinen), so kann eine Normalverteilung mit der angegebenen Standardabweichung angenommen werden.

Ein Ergebnis $Y \pm U$ wird mit einer erweiterten Unsicherheit $U = k \sigma_c$ angegeben, wobei sich der dimensionslose Erweiterungsfaktor k danach richtet, welchen Anteil der Messwerte man im Bereich $\pm U$ erwartet.

Anstatt Gleichung (5) zu benutzen, um die Varianz der Größe y zu bestimmen, können nach Anhang 1 des GUM auch numerische Monte-Carlo Simulationen genutzt werden. Dabei ist weder eine lineare Näherung (Gleichung (2)) notwendig, noch die Annahme, dass die Messgröße normalverteilt ist. Ausgehend vom mathematischen Modell $y = f(x_i)$ werden für alle unkorrelierten Einflussgrößen x_i Verteilungen mit Mittelwert und Standardabweichung

vorgegeben. Aus diesen Verteilungen werden Zufallszahlen gezogen. Die Anzahl der Ziehungen hängt von der gewünschten Genauigkeit ab und führt zu einer Häufigkeitsverteilung der Größe Y . Für diese Verteilung wird die Standardabweichung und damit die Unsicherheit berechnet.

2.2 Beispiel aus der Sitzprüfung: Unsicherheitsbudget und mathematisches Modell

Als Beispiel für eine Größe y soll der Sitzübertragungsfaktor $SEAT$ betrachtet werden:

$$SEAT = \frac{a_{WS,12}}{a_{WP,12}} \quad (6)$$

Dabei ist $a_{WS,12}$ ($a_{WP,12}$) der quadratische Mittelwert der frequenzbewerteten Beschleunigung auf der Sitzfläche (der Plattform) zwischen den Frequenzen f_1 und f_2 , die je nach Prüferregerspektrum verschieden sein können [2-6].

Für die Beschleunigungswerte kommen in einem Unsicherheitsbudget die folgenden Beiträge in Betracht, die durch eine Standardunsicherheit σ ausgedrückt werden:

- Messkette $\sigma_{\text{Messkette}}$
Sowohl a_{WS} als auch a_{WP} werden mit Prüfmitteln gemessen, deren Messunsicherheit dem Kalibrierschein entnommen werden kann. Sollte dort eine erweiterte Messunsicherheit angegeben sein, so muss noch durch den ebenfalls angegebenen Erweiterungsfaktor k dividiert werden. Für diese Arbeit wird angenommen, dass die Unsicherheit durch die Messkette einer Normalverteilung folgt, deren Standardabweichungen bei $\sigma_{\text{Messkette}} \leq (\bar{a} \cdot 0,05)$ liegen.
- *Versuchsperson-Sitz* $\sigma_{\text{Person-Sitz}}$ oder $\sigma_{\text{Person}}, \sigma_{\text{Sitz}}$
Die Versuchsperson hat durch ihre scheinbare Masse und ihr Verhalten (Anspannung, Haltung etc.) einen nichtlinearen Einfluss auf die Messung. Durch Versuchsvorgaben in den Normen für die Körperhaltung während der Prüfung soll die dadurch verursachte Unsicherheit gering gehalten werden. Der Sitz ist ebenfalls ein nichtlineares System, bei dem zusätzlich die Einstellung seiner Elemente (Feder, Dämpfer, Rückenlehne ...) Einfluss auf die Messung nehmen kann. Da auch die Versuchsperson eine Rückwirkung auf den Sitz hat, ist nicht klar, ob diese Einflüsse als unabhängig voneinander angenommen werden können. Um einen Eindruck davon zu erlangen, wie diese Beiträge sich generell auswirken, wird der folgende Bereich betrachtet: $\{\sigma_{\text{Person}}, \sigma_{\text{Sitz}}\} \leq (\bar{a}_{WS,12} \cdot 0,20)$, der größer ist, als nach [1] zu vermuten.

- Anregungssignal σ_{Signal}

Für eine gültige Messung muss das Anregungssignal Bedingungen genügen, die in den Prüfnormen festgelegt sind. Rückwirkungen der Sitze und der Versuchsperson auf die Erzeugung der Schwingungsanregung werden durch Nachregeln so ausgeglichen, dass wieder eine gültige Anregung vorliegt.

Der Mittelwert der unbewerteten Beschleunigung $\bar{a}_{P,12}$ darf zum Beispiel nur um 5 % [3, 5, 6] oder 10% von einem Normwert abweichen [4]. Im zu bewertenden Frequenzbereich dürfen Toleranzkurven nicht über- oder unterschreiten werden. Für jedes Prüferregerspektrum kann damit die Abweichung angegeben werden, die für gültige Messungen nach Norm möglich sind. In dieser Arbeit wird angenommen, dass durch das Signal die Werte maximal in einem Bereich um $\bar{a}_{WP,12} \pm (\bar{a}_{WP,12} \cdot 0,1)$ liegen.

Um diese Einflussgrößen in das mathematische Modell zu übertragen, sind die folgenden Untermodelle sinnvoll:

$$\begin{aligned} a_{WS,12} &= \bar{a}_{WS,12} \prod_i x_i = \bar{a}_{WS,12} (x_{\text{Person}} x_{\text{Sitz}} x_{\text{Messkette}}) \\ a_{WP,12} &= \bar{a}_{WP,12} \prod_i x_i = \bar{a}_{WP,12} (x_{\text{Signal}} x_{\text{Messkette}}) \end{aligned} \tag{7}$$

Das Untermodell für die Sitzfläche kann anstatt zwei Beiträgen für Sitz und Person auch nur einen Beitrag $x_{\text{Person-Sitz}}$ enthalten, der beide Einflüsse beschreibt. Dabei sind die x_i unkorrelierte Zufallsgrößen, deren Mittelwert $X_i = 1$ ist, und $\bar{a}_{WS,12}$, $\bar{a}_{WP,12}$ die Messwerte nach Norm darstellen. Die Standardabweichungen $0 < \sigma_i < 1$ sind dimensionslos und als prozentuale Abweichungen vom Mittelwert zu verstehen.

Für Untermodelle nach Gleichung (7) ist eine lineare Näherung nicht notwendig. Ihre Varianzen für K unabhängige Einflussgrößen, wenn a eine Konstante ist, lassen sich exakt angeben zu [10]:

$$V\left(a \prod_i^K x_i\right) = a^2 V\left(\prod_i^K x_i\right) = a^2 \left[\prod_i^K (V_i + X_i^2) - \prod_i^K X_i^2 \right] \tag{8}$$

Gleichung (5) nimmt damit folgende Form an:

$$\begin{aligned} \sigma_{c,GUM} &= \sqrt{c_{\text{Sitz}}^2 \sigma_{\text{Sitz}}^2 + c_{\text{Plattform}}^2 \sigma_{\text{Plattform}}^2} \\ c_{\text{Sitz}} &= \frac{1}{\bar{a}_{WP,12}} \quad c_{\text{Plattform}} = -\frac{\bar{a}_{WS,12}}{\bar{a}_{WP,12}^2} \\ \sigma_{\text{Sitz}} &= \bar{a}_{WS,12} \left((\sigma_{\text{Person}}^2 + 1)(\sigma_{\text{Sitz}}^2 + 1)(\sigma_{\text{Messkette}}^2 + 1) - 1 \right)^{0,5} \\ \sigma_{\text{Plattform}} &= \bar{a}_{WP,12} \left((\sigma_{\text{Signal}}^2 + 1)(\sigma_{\text{Messkette}}^2 + 1) - 1 \right)^{0,5} \end{aligned} \tag{9}$$

Mit diesen Angaben lassen sich für verschiedene Werte von $\bar{a}_{WS,12}$ und $\bar{a}_{WP,12}$ Standardabweichungen berechnen oder simulieren. Wenn nichts anderes angegeben ist, wird in dieser Arbeit $\bar{a}_{WP,12} = \{0,6; 0,7 \dots 1,9\}$ gewählt, was dem Bereich entspricht, der in den aktuellen Sitzprüfnormen vorgegeben ist [3-6]. Für jeden Wert $\bar{a}_{WP,12}$ werden acht Werte für $\bar{a}_{WS,12}$ so ausgesucht, dass $SEAT = \{0,5, 0,6 \dots 1,2\}$. Die Anzahl und Größe der Standardabweichungen σ_i ist dabei von dem betrachteten Problem abhängig und wird im Einzelnen angegeben.

Bei einer Simulation werden für jede Parameterkombination ($\bar{a}_{WS,12}$, $\bar{a}_{WP,12}$, $\{\sigma_{ij}\}$) 10^6 Ziehungen jeder Zufallsgröße vorgenommen, was eine Häufigkeitsverteilung des $SEAT$ ergibt. Bestimmt werden der Mittelwert $SEAT_{GUM1}$ und die Standardabweichung $\sigma_{c,GUM1}$ als Mittelwerte aus 30 Häufigkeitsverteilungen für dieselbe Parameterkombination:

$$SEAT_{GUM1} = \frac{1}{30} \sum_i SEAT_{GUM1,i} \quad \sigma_{c,GUM1} = \frac{1}{30} \sum_i \sigma_{c,GUM1,i} \quad (10)$$

Die numerische Genauigkeit P dieser Parameter ergibt sich aus den Standardabweichungen der Mittelwerte.

$$P(SEAT_{GUM1}) = \sqrt{\frac{1}{30(30-1)} \sum_i (SEAT_{GUM1,i} - SEAT_{GUM1})^2} \quad (11)$$

$$P(\sigma_{c,GUM1}) = \sqrt{\frac{1}{30(30-1)} \sum_i (\sigma_{c,GUM1,i} - \sigma_{c,GUM1})^2}$$

Wenn nichts anderes angegeben ist, wird eine Genauigkeit P in Gleichung (11) von mindestens 0,0005 erreicht.

2.3 Bereiche der kombinierten Standardunsicherheit nach GUM

Da die Simulation nach Anhang 1 des GUM noch nicht weit verbreitet ist, werden hier erst Simulationen vorgestellt, bei denen zunächst nur $a_{WS,12}$, dann nur $a_{WP,12}$ von je einer normalverteilten Einflussgröße abhängen. Dabei werden auch zwei Probleme der Normalverteilung deutlich: negative Beschleunigungswerte und sehr hohe $SEAT$. Es wird dann ein weiterer Vorteil des Untermodells aus Gleichung (7) vorgestellt, nämlich die Form der resultierenden Häufigkeitsverteilung. Schließlich wird der Parameterbereich aus Abschnitt 2.2 betrachtet, der für Praxisfälle relevant sein sollte.

2.3.1 Nur eine normalverteilte Einflussgröße für $a_{WS,12}$

Ein Testfall für die Simulation nach Anhang 1 des GUM ist die Situation, dass in Gleichung (7) $a_{WS,12} = \bar{a}_{WS,12} \cdot x_1$ nur von einer, normalverteilten Einflussgröße (x_1 , σ_1) abhängt, und $a_{WP,12} = \bar{a}_{WP,12}$ konstant ist. In diesem Fall beschreibt Gleichung (5) die exakte

Standardabweichung, sodass Simulation und die analytischen Formulierung des GUM dieselben Ergebnisse liefern müssen. Dies war der Fall für den Parameterbereich, wie er in Abschnitt 2.2 beschrieben ist. Für jede Kombination von $\bar{a}_{wS,12}$ und $\bar{a}_{wP,12}$ sind dabei 20 Standardabweichungen $0,01 \leq \sigma_1 \leq 0,6$ ausgewählt worden.

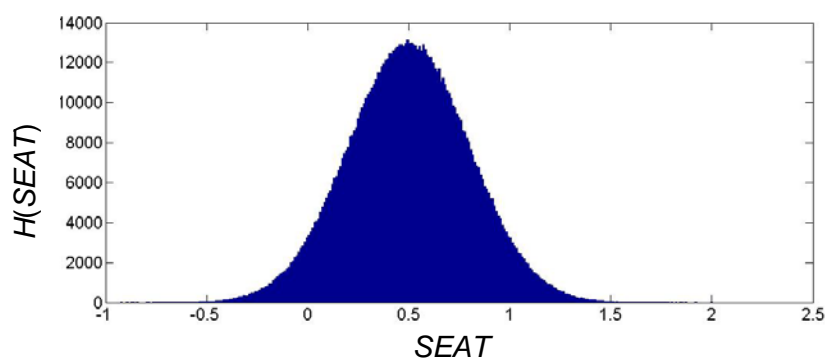


Bild 1: Häufigkeiten $H(SEAT)$ für $a_{wP,12} = 0,6 \text{ ms}^{-2}$, $a_{wS,12} = 0,3 \text{ ms}^{-2} \cdot x_1$
 x_1 normalverteilt mit dem Mittelwert $X_1 = 1$ und $\sigma_1 = 0,6$.

Zwar stimmen die analytisch berechneten und simulierten Standardabweichungen überein, es tritt aber ein Problem der Normalverteilung für große Standardabweichungen zutage: In Bild 1 sind Häufigkeiten einer Simulation zu sehen, die für $SEAT = 0,5$ für $\bar{a}_{wS,12} = 0,3 \text{ ms}^{-2}$ berechnet worden ist mit $\sigma_1 = 0,6$. Obwohl 95 % der $SEAT$ Werte noch positiv sind, liegen doch etwa 5 % bei negativen und damit unphysikalischen Werten. Dieser Effekt tritt schon bei $\sigma_1 \approx 0,3$ auf. Unsicherheitsbeiträge in dieser Größenordnung sollten bei Laborexperimenten, die hier untersucht werden, unwahrscheinlich sein. Sie können aber bei anderen Schwingungsmessungen auftreten, so dass der untere Ausläufer der Häufigkeitsverteilung stets beobachtet werden sollte. Falls ein zu hoher Anteil negativer Beschleunigungen auftritt, kann auf logarithmische Normalverteilungen ausgewichen werden.

2.3.2 Nur eine normalverteilte Einflussgröße für $a_{wP,12}$

Ein weiteres, numerisches Problem tritt auf, wenn auch $a_{wP,12}$ von einer normalverteilten Größe abhängt. Durch das numerische Ziehen der Werte ist $a_{wP,12} = 0$ zwar nahezu ausgeschlossen, aber kleine $a_{wP,12}$ führen zu unphysikalisch hohen $SEAT$ (etwa $SEAT = 140$), und die Häufigkeitsverteilungen können nicht mehr sinnvoll ausgewertet werden. Dieses Problem ist auch nicht dadurch zu lösen, dass in der Simulation mehr Zahlen gezogen werden.

Es ist aber möglich, 0,1 % der simulierten $SEAT$ aus der Auswertung zu streichen: jeweils 0,05 % am unteren und oberen Rand der Häufigkeitsverteilung. In Bild 2 sind dafür

Ergebnisse dargestellt für jede Kombination von $\bar{a}_{wS,12}$ und $\bar{a}_{wP,12}$ aus dem Parameterbereich aus Abschnitt 2.2. Für $a_{wP,12}$ sind zehn Standardabweichungen $0,02 \leq \sigma_1 \leq 0,2$ ausgewählt worden, $a_{wS,12} = \bar{a}_{wS,12}$ war konstant. Im linken Diagramm von Bild 2 wird der gesamte Bereich der erhaltenen Standardabweichungen gezeigt, aus dem deutlich wird, dass nur für kleine Werte von $\sigma_c \leq 0,05$ die lineare Näherung von Gleichung (5) noch gut durch die Simulation dargestellt wird, was im rechten Diagramm von Bild 2 zu sehen ist.

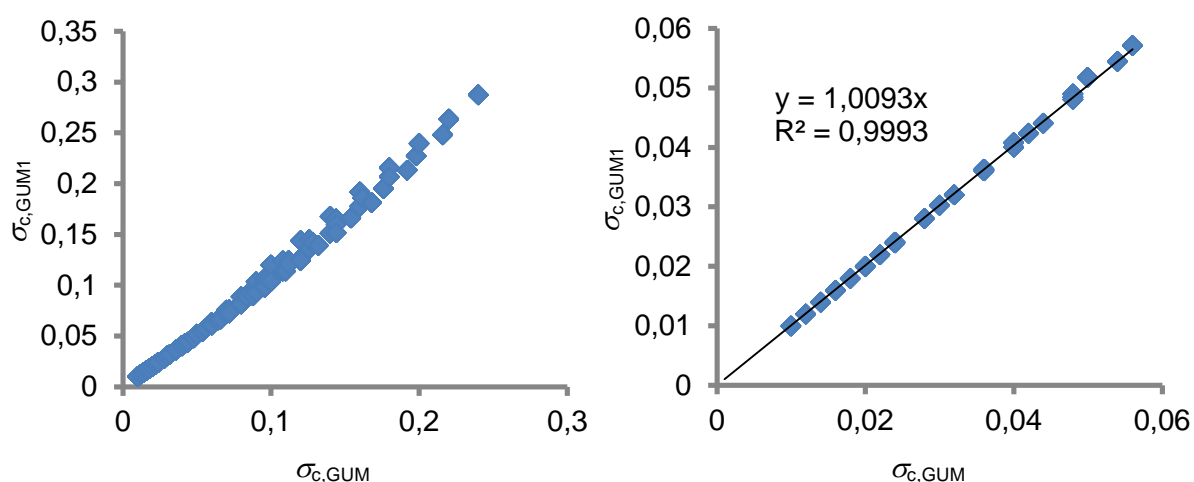


Bild 2: Abweichung simulierter Standardabweichungen $\sigma_{c,GUM1}$ von analytisch berechneten $\sigma_{c,GUM}$ nach Gleichung (5) (Parameterbereich Abschnitt 2.2, $a_{wS,12} = \bar{a}_{wS,12}$, $a_{wP,12} = \bar{a}_{wP,12} \cdot x_1$): links: $0,02 \leq \sigma_1 \leq 0,2$; rechts: $0 \leq \sigma_{c,GUM} \leq 0,56$ mit Ausgleichsgerade

Die Ausgleichsgerade im rechten Diagramm von Bild 2 hat als Randbedingung, dass sie durch den Ursprung gehen muss und liefert noch eine gute Korrelation. Wenn man den Anteil der zu streichenden Werte in einer Simulation von SEAT auf 1 % erhöht, kann der Bereich mit einem Bestimmtheitsmaß $R^2 > 0,99$ auf etwa $\sigma_c \leq 0,1$ erhöht werden. Die Steigung der Ausgleichsgerade weicht dann aber im Prozentbereich vom Wert 1 ab. Es wurde darauf verzichtet, die numerische Stabilität mit dieser Methode weiter zu erhöhen, oder den Gültigkeitsbereich von Gleichung (5) für diesen Fall zu untersuchen. Es bleibt festzustellen, dass Gleichung (5) bis $\sigma_c \approx 0,05$ noch eine gute Näherung für $a_{wP,12} = \bar{a}_{wP,12} \cdot x_1$ bei $a_{wS,12} = \bar{a}_{wS,12}$ darstellt.

Eine weitere Lösung für dieses Problem ist es, wenn $a_{wP,12}$ von einer gleichverteilten Größe abhängt, deren Verteilung hinreichend weit von $a_{wP,12} = 0$ entfernt ist. Da dies auch bei der Kombination von einer solchen Gleichverteilung mit Normalverteilungen in Gleichung (7) gilt, wird es im nächsten Abschnitt vorgestellt.

2.3.3 Kombination mehrerer Einflussgrößen für $a_{WS,12}$, $a_{WP,12}$

Für die Kombination mehrerer Einflussgrößen nach Gleichung (7) für $a_{WS,12}$ bei konstantem $a_{WP,12}$ soll hier nur der Effekt für die sich ergebende Häufigkeitsverteilung vorgestellt werden. Diese kommen nämlich einer logarithmischen Normalverteilung nahe, was bei großen σ_i ein Vorteil ist, da die unphysikalischen negativen Werte weniger häufig werden als bei einer Normalverteilung mit vergleichbarer Standardabweichung. Bild 3 zeigt ein Beispiel für drei angenommene Einflussgrößen für $a_{WS,12} = 0,3 \text{ ms}^{-2} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$ mit jeweils $\sigma_i = 0,3$ bei konstantem $a_{WP,12} = 0,6 \text{ ms}^{-2}$.

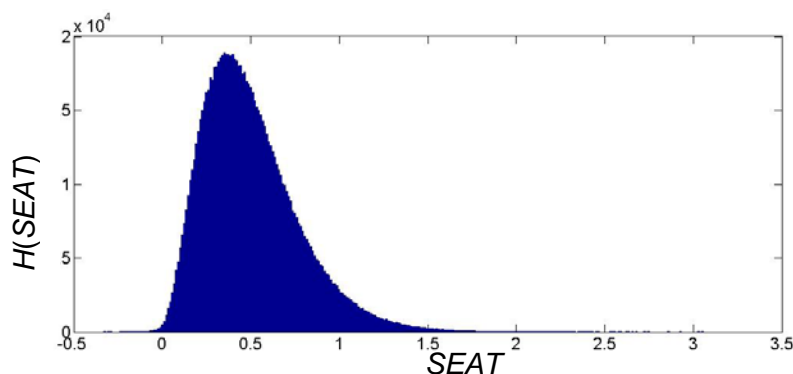


Bild 3: Häufigkeiten $H(SEAT)$ für $a_{WP,12} = 0,6 \text{ ms}^{-2}$; $a_{WS,12} = 0,3 \text{ ms}^{-2} x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$
 x_i normalverteilt mit dem Mittelwert $X_i = 1$ und $\sigma_i = 0,3$.

Als letzter Fall soll die Kombination von zwei Einflussgrößen auf $a_{WP,12} = \bar{a}_{WP,12} x_1 \cdot x_2$ bei konstantem $a_{WS,12} = \bar{a}_{WS,12}$ untersucht werden. Dabei sollen für x_1 und x_2 die Feststellungen gelten, die im Unsicherheitsbudget für die Einflussgrößen Signal und Messkette genannt sind. Wenn also x_1 aus einer Gleichverteilung gezogen wird, deren Werte zwischen $1 \pm 0,1$ liegen, und für x_2 fünf verschiedene Normalverteilung mit $0,1 \leq \sigma_2 \leq 0,05$ betrachtet werden, zeigt Bild 4, wie die Standardabweichungen der Simulation und aus Gleichung (5) für den Parameterbereich aus Abschnitt 2.2 voneinander abhängen. Die Ausgleichsgerade musste wieder der Bedingung genügen, durch den Ursprung zu gehen. Die Abweichung der Steigung vom Wert 1 ist weniger als 1 %. Auch in diesem Fall ist Gleichung (5) eine gute Näherung für die kombinierte Standardunsicherheit.

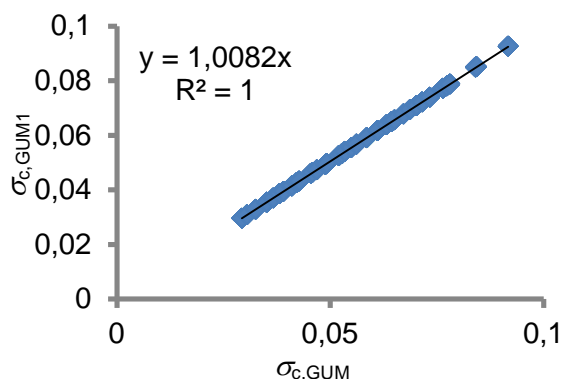


Bild 4: Abweichung simulierter Standardabweichungen $\sigma_{c,GUM1}$ von analytisch berechneten $\sigma_{c,GUM}$ nach Gleichung (5) ($\bar{a}_{WS,12}$, $\bar{a}_{WP,12}$ aus Abschnitt 2.2, $a_{WS,1} = \bar{a}_{WS,12}$, $a_{WP,12} = \bar{a}_{WP,12} \cdot x_1 \cdot x_2$ mit $\sigma_1 = 0,1 \cdot 3^{-0,5}$, $0,1 \leq \sigma_2 \leq 0,05$) mit Ausgleichsgerade

2.3.4 Bereich von σ_c

Nun bleibt nur noch, sowohl für $a_{WS,12}$ als auch für $a_{WP,12}$ die Einflussgrößen anzusetzen, die im Unsicherheitsbudget von Abschnitt 2.2 aufgeführt sind. Damit ergibt sich wieder, wie in Abschnitt 2.3.3, $a_{WP,12} = \bar{a}_{WP,12} \cdot x_{1P} \cdot x_{2P}$ mit $\sigma_{1P} = 0,1 \cdot 3^{-0,5}$, $0,1 \leq \sigma_{2P} \leq 0,05$. Zusätzlich soll gelten $a_{WS,12} = \bar{a}_{WS,12} \cdot x_{1S} \cdot x_{2S} \cdot x_{3S}$ mit normalverteilten Zufallsgrößen für die Messkette ($0,1 \leq \sigma_{1S} \leq 0,05$), die Person ($0,1 \leq \sigma_{2S} \leq 0,2$) und den Sitz ($0,1 \leq \sigma_{3S} \leq 0,2$). Die Vorgaben für $\bar{a}_{WP,12}$ und $\bar{a}_{WS,12}$ werden wieder aus Abschnitt 2.2 genommen.

Im Bild 5 ist für diesen Parameterbereich die Standardabweichungen der Simulation $\sigma_{c,GUM1}$ gegen die analytisch berechnete Standardabweichung $\sigma_{c,GUM}$ aufgetragen. Die Ausgleichsgerade führt als Nebenbedingung durch den Ursprung, und ihre Steigung weicht wieder kaum vom Wert 1 ab. Daher auch ist die lineare Näherung Gleichung (5) bei dem vorgeschlagenen Unsicherheitsbudget für die angenommenen Parameter eine gute Näherung für die kombinierte Standardunsicherheit.

Der Parameterbereich, der für Bild 4 gewählt worden ist, führt zu kombinierten Standardabweichungen, die für die Sitzprüfung sicherlich zu groß sind. Als Faustregel kann gelten, dass wenn die Summe aller σ_i unter 0,1 liegt, auch σ_c nicht größer als 0,1 wird.

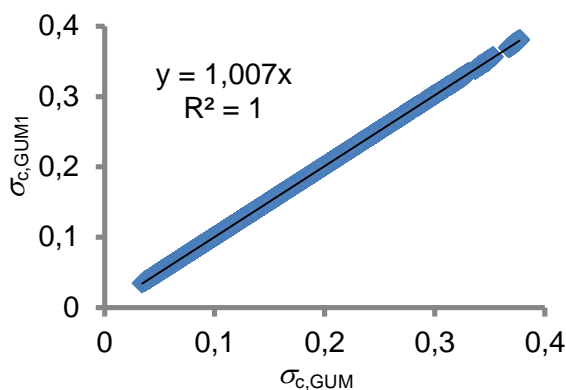


Bild 4: Abweichung simulierter Standardabweichungen $\sigma_{c,GUM1}$ von analytisch berechneten $\sigma_{c,GUM}$ nach Gleichung (5) ($\bar{a}_{WS,12}$, $\bar{a}_{WP,12}$ aus Abschnitt 2.2, $a_{WP,12} = \bar{a}_{WP,12} \cdot x_{1P} \cdot x_{2P}$ mit $\sigma_{1P} = 0,1 \cdot 3^{-0,5}$, $0,01 \leq \sigma_{2P} \leq 0,05$, $a_{WS,12} = \bar{a}_{WS,12} \cdot x_{1S} \cdot x_{2S} \cdot x_{3S}$ mit $0,01 \leq \sigma_{1S} \leq 0,05$, $0,1 \leq \sigma_{2S} \leq 0,2$, $0,1 \leq \sigma_{3S} \leq 0,2$) mit Ausgleichsgerade

3. Vergleichsmessungen

In Bild 5 sind für einige Prüferregespektren der ISO 7096 die Ergebnisse aus Vergleichsmessungen für $a_{WS,12}$ und $a_{WP,12}$ in zwei Laboren gezeigt. Die Datenreihen, die in Bild 5 nicht mit einem Stern gekennzeichnet sind, beziehen sich auf je eine Prüfung nach Norm in den beiden Laboren mit denselben Sitzen, also 12 Messwerte von vier Personen. Für die Datenreihen mit einem oder zwei Sternen ist ein weiterer Sitz wiederum in beiden Laboren verwendet worden, und das Erregersignal (EM1, EM6) ist kopiert worden, sodass beide Labore dasselbe Signal verwendet haben. Die Versuchsreihe mit einem Stern bezieht sich auf drei leichte und drei schwere Versuchspersonen, die in beiden Laboren untersucht worden sind: also 36 Messwerte von sechs Personen. Mit zwei Sternen sind Messungen an sechs Bleischrotgewichten zwischen 45 kg und 85 kg bezeichnet.

Es zeigt sich, dass die Signale gut reproduziert werden können. Die Standardabweichungen für $a_{WP,12}$ betragen weniger als 1,5 % der Mittelwerte. Der Unterschied im SEAT für die Messreihe EM1 und EM1* liegt an dem unterschiedlichen Sitz. Für EM6 stimmte der SEAT für EM6 und EM6* zufällig überein.

Bei $a_{WS,12}$ sind die Standardabweichungen größer, wie es auch im Abschnitt 2.2 angenommen worden ist. In den meisten Fällen beträgt die Standardabweichung 2 % - 7 % des Mittelwertes von $a_{WS,12}$. Nur bei EM6 beträgt sie etwa 14 %.

Obwohl in der Versuchsreihe mit einem Stern die Versuchsperson gleich geblieben ist, ist die Standardabweichung für $a_{WS,12}$ und EM1, EM6 vergleichbar mit dem Fall, indem die Versuchspersonen wechselten. Die Messwerte mit Bleischrot zeigen in beiden untersuchten

Fällen ähnlich große Standardabweichungen wie für die Messreihe mit Versuchspersonen. Die Unsicherheit für $a_{wS,12}$ ist aber nicht durch den Sitz allein gegeben: Vergleicht man dieselbe Versuchsperson zwischen den Laboren, so kann die Abweichung, etwa im *SEAT* auch für EM6 im Einzelfall nur einige Prozent betragen. Es lässt sich daher aus diesen Daten keine Unsicherheit bestimmen, die dem Sitz oder der Person allein zugeordnet werden könnte.

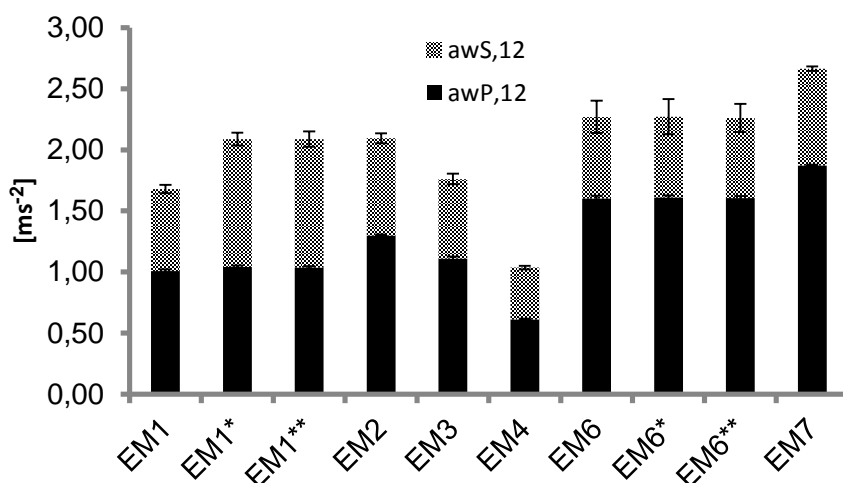


Bild 5: Gemessene Werte für $a_{wP,12}$, $a_{wS,12}$ aus Vergleichsmessungen mit demselben Sitz in zwei Laboren, die Fehlerbalken sind Standardabweichungen:

EM{1, 2, 3, 4, 6, 7}: 12 Messungen; für vier Personen

EM{1, 6}*: 36 Messungen für dieselben drei leichten und drei schweren Personen

EM{1, 6}**: Vier Messungen für sechs Bleischrotgewichte (45 kg – 85 kg)

Mit der Information aus Bild 5 sollte für EM6 ein anderer Unsicherheitsbereich für $a_{wS,12}$ zum Tragen kommen, als für die anderen Prüferregerspektren. Ein Grund für diesen Unterschied könnte in der Form der Prüferregerspektren liegen. Dagegen liefert die frühere Studie [1] auch für EM6 geringe Standardabweichungen im *SEAT*: $\sigma_{\text{Person}} \leq (\text{SEAT} \cdot 0,025)$, die wahrscheinlich auch aus der Unsicherheit von $a_{wS,12}$ herrührt. Diese Unterschiede für EM6 können nur durch weitere Untersuchungen geklärt werden.

Damit umfasst der in Abschnitt 2 untersuchte Bereich der Unsicherheit auch die hier gefundenen Unsicherheiten, die auch durchaus kleiner sind. Es lässt sich das folgende Unsicherheitsbudget ableiten:

- Messkette $\sigma_{\text{Messkette}}$

Hier kann aus den Kalibrierscheinen der verwendeten Geräte eine Unsicherheit von 1 % angegeben werden.

- *Versuchsperson-Sitz* $\sigma_{\text{Person-Sitz}}$
Es lässt sich nur ein Wert für $\sigma_{\text{Person-Sitz}}$ angeben, der für (EM6) $\sigma_{\text{Person-Sitz}} = 0,2$ beträgt, für die anderen untersuchten Anregungen (EM1, 2, 3, 7) $\sigma_{\text{Person-Sitz}} = 0,05$.
- *Anregungssignal* σ_{Signal}
Dem Signal lässt sich eine Unsicherheit von $\sigma_{\text{Signal}} = 0,015$ zuordnen.

Dafür ergibt sich eine kombinierte Standardunsicherheit für das mathematische Modell aus Abschnitt 2 für EM1, 2, 3 und 7 $\sigma_{\text{c,GUM}} = SEAT \cdot 0,054$, was auch durch die Simulation bestätigt wird. Für Fälle wie EM6 mit $\sigma_{\text{c,GUM}} = SEAT \cdot 0,201$, was ebenfalls durch die Simulation bestätigt wird, sollten mehr Informationen gesammelt werden, die helfen, die Unsicherheit zu verringern.

4. Zusammenfassung

Diese Arbeit stellt ein Unsicherheitsbudget und ein mathematisches Modell für die Messung des *SEAT* bei einer Sitzprüfung vor. Das mathematische Modell ist einfach genug formuliert, dass die lineare Näherung des GUM über einem Parameterbereich gültig bleibt, der die vorliegenden experimentellen Daten umfasst, und auch größere Unsicherheitsbereiche einschließt. Auch mit Blick auf große Unsicherheiten wird vorgeschlagen, als Untermodell ein Produkt nach Gleichung (7) zu verwenden, um unphysikalische Werte zu vermeiden. Beim Vergleich mit experimentellen Daten stellt sich heraus, dass für viele Praxisfälle die kombinierte Standardunsicherheit für den *SEAT* bei 5 % liegt. Es gibt aber auch Fälle, wie das Prüferregerspektrum EM6, bei denen die Unsicherheit höher sein kann und mehr Informationen gesammelt werden müssen. Für andere Fälle der Beschleunigungsmessung mit komplexeren, mathematischen Modellen und größeren Unsicherheiten kann sich die numerische Simulation nach Anhang 1 des GUM nützlich erweisen, um die Unsicherheit zu bestimmen.

Danksagung

Die Autoren danken Herrn Prof. Hilgers (RWTH Aachen) für seine wertvollen Hinweise und Anregungen.

5. Literatur

- [1] Hinz, B., Menzel, G., Blüthner, R., Seidel, H.: Laboratory testing of operator seat vibration with 37 subjects – critical comment on ISO/DIS 7096, *Journal of Sound and Vibration*, 215(4), 1998, 977-988.
- [2] DIN EN 30326-1/A1:2008, Mechanische Schwingungen - Laborverfahren zur Bewertung der Schwingungen von Fahrzeugsitzen - Grundlegende Anforderungen; Änderung 1 (ISO 10326-1:1992/Amd. 1:2007); Deutsche Fassung EN 30326-1:1994/A1:2007, Berichtigung zu DIN EN 30326-1/A1:2008-01.
- [3] DIN EN ISO 7096:2010, Erdbaumaschinen - Laborverfahren zur Bewertung der Schwingungen des Maschinenführersitzes (ISO 7096:2000); Deutsche Fassung EN ISO 7096:2008 + AC:2009.
- [4] DIN EN 13490:2009, Mechanische Schwingungen - Flurförderzeuge - Laborverfahren zur Bewertung sowie Spezifikation der Schwingungen des Maschinenführersitzes; Deutsche Fassung EN 13490:2001+A1:2008.
- [5] ISO 5007:2003, Landwirtschaftliche Traktoren mit Rädern - Fahrersitz - Laborprüfverfahren zur Schwingungsmessung.
- [6] DIN EN 15059:2009, Pistenpflegegeräte - Sicherheitsanforderungen; Deutsche Fassung EN 15059:2009.
- [7] DIN V ENV 13005:1999, Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen, Deutsche Fassung ENV 13005:1999.
Englisch: http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf.
- [8] DIN V ENV 13005 Beiblatt 1:2012, Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen - Beiblatt 1: Fortpflanzung von Verteilungen unter Verwendung einer Monte-Carlo-Methode.
Englisch: http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_101_2008_E.pdf
- [9] Jaynes, E. T.: Information Theory and Statistical Mechanics. *Physical Review* 106 (1957) S. 620–630.
Jaynes, E. T.: Prior Probabilities. *IEEE Transactions On Systems Science and Cybernetics* sec-4, 3 (1968) S. 227-241.
- [10] Goodman, L. A.: The Variance of the Product of K Random Variables. *Journal of the American Statistical Association* 57-297 (1962) S. 54-60.